САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ
ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ
КАФЕДРА СТАТИСТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Дорогин Леонид Михайлович

Поверхностное рассеяние в сопротивлении тонких проводящих пленок

КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА НА СОИСКАНИЕ
СТЕПЕНИ БАКАЛАВРА

Научный руководитель:	д. ф.-м. н., Кучма А. Е.
Рецензент:	д. ф.-м. н., Казанский А. К.
Дата защиты:	7 июня 2005
Оценка:	

Санкт-Петербург
2005

Содержание

1 Поверхностное рассеяние в сопротивлении тонких проводящих пленок. Теория возмущений

1.1 Расчет в рамках «первого» метода

В данной работе изучается зависимость электрической проводимости σ от толщины d сверхтонких проводящих пленок. Конкретнее, мы изучаем вклад в сопротивление, вызванный упругим взаимодействием носителей с шероховатостью поверхностей пленки. Ряд исследований показал, что для толщин вплоть до сотен Å сопротивление формируется главным образом поверхностным рассеянием.

Для идеально-гладкой пленки толщиной d, расположенной вдоль плоскости OXY, поверхности определяются выражениями $z = \pm\frac{1}{2}d$. В этом случае гамильтониан носителя заряда записывается так

$$H_0 = -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta + V\theta(z - \frac{1}{2}d) + V\theta(-z - \frac{1}{2}d), \tag{1}$$

где $\theta(z)$ - функция-ступенька, а V - высота потенциальной ямы, по смыслу - "работа выхода", m - эффективная масса носителя заряда. Собственные функции и собственные значения H_0

$$\langle \mathbf{r}|\nu\mathbf{k}\rangle = S^{-1/2}e^{i\mathbf{k}\cdot\boldsymbol{\rho}}\phi_\nu(z), E_{\nu\mathbf{k}} = E_\nu + \frac{\hbar^2k^2}{2m}, \tag{2}$$

где S - площать поверхности пленки, ν - номер подзоны, а $\boldsymbol{\rho}$ и $\mathbf{k}$ - двухмерные вектора в прямом и обратном пространствах, соответственно. Если предположить, что одна из двух поверхностей неидеальна, например поверхность около $z = \frac{1}{2}d$, то ее уравнение становится $z = \frac{1}{2}d + f(\boldsymbol{\rho})$, где примем $f(\boldsymbol{\rho}) \ll d$. (Можно было бы учесть шероховатости обеих поверхностей, но в данном случае это не меняет общей картины, но упрощает вычисления). Теперь гамильнониан системы превратился в $H_0 + U$, где

$$U = V\big[\theta\big(z - \frac{1}{2}d - f(\boldsymbol{\rho})\big) - \theta(z - \frac{1}{2}d)\big] \approx -Vf(\boldsymbol{\rho})\delta(z - \frac{1}{2}d) \tag{3}$$

Расчет предлагается вести в низшем порядке по шероховатости $f(\rho)$. Выражение для проводимости двухмерного вырожденного газа, носители которого упруго рассеиваются потенциалом U, дано (см. [2]) в виде

$$\sigma = \frac{Sm^2e^2}{\pi^2\hbar^6 d}\sum_{\nu=1}^{N}\sum_{\nu'=1}^{N}(E_F - E_\nu)(E_F - E_{\nu'})[C^{-1}(E_F)]_{\nu\nu'}, \tag{4}$$

где E_F это фермиевская энергия, и N - число заполненных уровней, т.е. число подзон, для которых E_ν меньше, чем E_F. $[C^{-1}(E)]_{\nu\nu'}$ - обратная матрица к $[C(E)]_{\nu\nu'}$, определяемая элементами

$$[C(E)]_{\nu\nu'} = \frac{2\pi}{\hbar}\sum_{\mathbf{k}}\sum_{\mathbf{k}'}\Big\{\delta_{\nu,\nu'}\sum_{\mu}|\langle\nu\mathbf{k}|U|\mu\mathbf{k}'\rangle|^2 k^2\delta(E-E_{\nu\mathbf{k}})\delta(E-E_{\mu\mathbf{k}'})$$
$$-|\langle\nu\mathbf{k}|U|\nu'\mathbf{k}'\rangle|^2\mathbf{k}\cdot\mathbf{k}'\delta(E-E_{\nu\mathbf{k}})\delta(E-E_{\nu'\mathbf{k}'})\Big\} \quad (5)$$

Когда U дается выражением (3), получаем

$$S|\langle\nu\mathbf{k}|U|\nu'\mathbf{k}'\rangle|^2 = A_\nu A_{\nu'}\int_S d\boldsymbol{\rho} e^{i(\mathbf{k}'-\mathbf{k})\cdot\boldsymbol{\rho}}\langle f(\boldsymbol{\rho}')f(\boldsymbol{\rho}'+\boldsymbol{\rho})\rangle. \quad (6)$$

Здесь приняты обозначения $A_\nu = V\phi_\nu^2(\frac{1}{2}d)$ и автокорреляционная функция

$$\langle f(\boldsymbol{\rho}')f(\boldsymbol{\rho}'+\boldsymbol{\rho})\rangle = \frac{1}{S}\int_S d\boldsymbol{\rho}' f(\boldsymbol{\rho}')f(\boldsymbol{\rho}+\boldsymbol{\rho}'), \quad (7)$$

которая характеризует шероховатость поверхности. Если Δ определяет среднеквадратичную высоту «холмиков» поверхности, и ξ - это характерная корреляционная длина шероховатости, то автокорреляционная функция изотропной поверхности может быть записана как

$$\langle f(\rho')f(\boldsymbol{\rho}'+\boldsymbol{\rho})\rangle = \Delta^2 G(\rho/\xi), \quad (8)$$

Определяя $F(q)$ как фурье-образ от $G(\rho)$, получаем

$$S|\langle\nu\mathbf{k}|U|\nu'\mathbf{k}'\rangle|^2 = A_\nu A_{\nu'}\Delta^2\xi^2 F(\xi|\mathbf{k}-\mathbf{k}'|). \quad (9)$$

Тогда произведя интегрирование в формуле (5), приходим к

$$[C(E)]_{\nu\nu'} = \frac{S\Delta^2\xi^2 m^2}{4\pi^2\hbar^5}A_\nu\int_0^{2\pi}d\theta\left[\delta_{\nu,\nu'}k_\nu^2\sum_{\mu=1}^{N}A_\mu F(\xi k_{\nu\mu}) - A_{\nu'}k_\nu k_{\nu'}\cos\theta F(\xi k_{\nu\nu'})\right], \quad (10)$$

где $k_\nu = [(2m/\hbar)(E_F - E_\nu)]^{1/2}$ (фермиевский волновой вектор), $k_{\nu\nu'} = (k_\nu^2 + k_{\nu'}^2 - 2k_\nu k_{\nu'}\cos\theta)^{1/2}$. Расчет может быть упрощен в том предельном случае, когда корреляционная длина ξ много меньше, чем k_1^{-1}, где k_1 - самый большой фермиевский волновой вектор k_ν. В пределе $\xi k_1 \ll 1$, имеем $\xi k_{\nu\nu'} \ll 1$ для всех $\nu, \nu' \leq N$ и получаем

$$[C(E)]_{\nu\nu'} = \delta_{\nu,\nu'}\frac{S\Delta^2\xi^2 m^2}{2\pi\hbar^5}F(0)k_\nu^2 A_\nu\sum_{\mu=1}^{N}A_\mu. \quad (11)$$

Кроме того будем предполагать волновую функцию носителя сосредоточенной внутри пленки, установив потенциальный барьер бесконечно высоким $V \to \infty$. Тогда покажем, что

$$\lim_{V\to\infty} A_\nu = \frac{\hbar^2\pi^2\nu^2}{md^3}. \quad (12)$$

Пусть имеется прямоугольная потенциальная яма высотой V и шириной d. Теперь изменим ширину до $d + \Delta d$. Тогда потенциальная энергия изменится на

$$V[\theta(z - \frac{1}{2}d - \Delta d) - \theta(z - \frac{1}{2}d)] \approx -V\delta(z - \frac{1}{2}d)\Delta d.$$

По теории возмущений поправка первого порядка к энергии ν-того уровня составляет

$$\Delta E_\nu = \langle\nu| - V\delta(z - \frac{1}{2}d)\Delta d|\nu\rangle = -V\phi(\frac{1}{2}d)\Delta d.$$

Для ямы с бесконечно высокими стенками уровни энергии определяются следующим выражением

$$E_\nu = \frac{\hbar^2\pi^2\nu^2}{2md^2}.$$

Из этого соотношения и формулы для поправки Δ_ν следует, что

$$\frac{\hbar^2\pi^2\nu_2}{md^3} = V\phi^2(\frac{1}{2}d) = A_\nu,$$

что и требовалось показать.
При вышеуказанных приближениях, матрица $[C(E)]_{\nu\nu'}$ диагональна и проводимость имеет вид

$$\sigma \approx \frac{e^2}{\hbar}\frac{d^5}{2\pi^6\Delta^2\xi^2}\frac{\pi}{F(0)}\frac{6}{N(N+1)(2N+1)}\sum_{\nu=1}^{N}\frac{k_\nu^2}{\nu^2}. \tag{13}$$

Все рассуждения и выводы, изложенные выше, составляют один («первый») из методов вычисления проводимости, к примеру, изложенный в [1].

При подробном рассмотрении данного метода, можно поставить вопрос о правомочности использования «возмущения »U гамильтониана в виде δ-функции в сочетании с переходом к пределу $V \to \infty$. Замена разности θ-функций на δ-функцию фактически означает замену поперечной волновой функции $\phi(z)$ константой на интервале шириной порядка $f(\boldsymbol{\rho})$. Происходит это при вычислении матричных элементов $\langle\nu\mathbf{k}|U|\mu\mathbf{k}'\rangle$.
Волновая функция при $z > \frac{L}{2}$ имеет вид

$$\phi(z) \sim e^{-[\frac{2m}{\hbar^2}(V-E)]^{1/2}z} = e^{-\varkappa z}$$

значит, условие малости $f(\boldsymbol{\rho})$ должно записаться в виде

$$\varkappa f \ll 1 \tag{14}$$

Пределу $V \to \infty$ отвечает $\varkappa \to \infty$, хотя $f(\boldsymbol{\rho})$ предполагают конечной, что, очевидно, приводит к нарушению (14).

1.2 Постановка «второго» метода

Попробуем изменить логику «первого» метода, чтобы нам не потребовалось условия (12). Возьмем изначально носитель, расположенный в яме с бесконечно высокими стенками, которому отвечает гамильтониан

$$H_{(z)} = -\frac{\hbar^2}{2m}\Big(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\Big) \tag{15}$$

с граничными условиями

$$\psi(0) = \psi(d + f(\boldsymbol{\rho})) = 0, \tag{16}$$

где, как и ранее $\boldsymbol{\rho} = (x, y)$. Перейдем к «искривленной» системе координат (x', y', z'), задаваемой равенствами

$$x = x' \tag{17}$$

$$y = y' \tag{18}$$

$$z = z'\big(1 + f(\boldsymbol{\rho}')\big). \tag{19}$$

Обратим внимание на то, что здесь $f(\boldsymbol{\rho}')$ - относительная высота рельефа, безразмерная величина.
В новой системе координат гамильтониан будет иметь другой вид

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta_{\boldsymbol{\rho},z} \to -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta_{\boldsymbol{\rho}',z'} - \frac{\hbar^2}{2m}\widetilde{\Delta}, \tag{20}$$

для плоских граничных условий

$$\psi(0) = \psi(d) = 0, \tag{21}$$

где возмущение имеет вид

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m}\widetilde{\Delta} = -\frac{\hbar^2}{2m}\Bigg\{\Big[\frac{1}{(1+f)^2} - 1\Big]\frac{\partial^2}{\partial z'^2} - \frac{2}{1+f}\Big(\frac{\partial f}{\partial x'}\frac{\partial}{\partial x'} + \frac{\partial f}{\partial y'}\frac{\partial}{\partial y'}\Big)z'\frac{\partial}{\partial z'} + \\ + \frac{2}{(1+f)^2}\Big[\Big(\frac{\partial f}{\partial x'}\Big)^2 + \Big(\frac{\partial f}{\partial y'}\Big)^2\Big]z'\frac{\partial}{\partial z'} - \frac{1}{1+f}\Big(\frac{\partial^2 f}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y'^2}\Big)z'\frac{\partial}{\partial z'} + \\ + \frac{1}{(1+f)^2}\Big[\Big(\frac{\partial f}{\partial x'}\Big)^2 + \Big(\frac{\partial f}{\partial y'}\Big)^2\Big]z'^2\frac{\partial^2}{\partial z'^2}\Bigg\}. \tag{22}$$

Далее будем заботиться только о первом порядке возмущения по f. Заметим, что комбинации типа $z'\frac{\partial}{\partial z'}$ и $z'^2\frac{\partial^2}{\partial z'^2}$ действуют на поперечную часть волновой функции $\sin(\frac{\pi\nu}{d}z')$, вообще не задействуют f и имеют порядок единицы. Оставить гамильтониан возмущения в виде

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m}\Big\{-2f(\boldsymbol{\rho}')\frac{\partial^2}{\partial z'^2} - \Big(\frac{\partial^2 f}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y'^2}\Big)z'\frac{\partial}{\partial z'} - 2\Big(\frac{\partial f}{\partial x'}\frac{\partial}{\partial x'} + \frac{\partial f}{\partial y'}\frac{\partial}{\partial y'}\Big)z'\frac{\partial}{\partial z'}\Big\}. \tag{23}$$

1.3 Теория возмущений для оператора H

Выпишем решение уравнения Шредингера для невозмущенной задачи. Энергетический спектр:

$$E_\nu = \frac{\pi^2\hbar^2\nu^2}{2md^2}. \tag{24}$$

Собственные функции:

$$\langle \mathbf{r}|\nu\mathbf{k}\rangle = \sqrt{\frac{2}{Sd}}\sin(\frac{\pi\nu}{d}z')e^{i\mathbf{k}\cdot\boldsymbol{\rho}}. \tag{25}$$

Пусть фурье-образ от шероховатости f

$$F_f(\mathbf{q}) = \frac{1}{4\pi^2}\int e^{-i\mathbf{q}\cdot\mathbf{p}}f(\boldsymbol{\rho})d\boldsymbol{\rho}, \tag{26}$$

тогда автокорреляционная функция

$$\langle f(\boldsymbol{\rho}')f(\boldsymbol{\rho}'+\boldsymbol{\rho})\rangle = \frac{1}{S}\int_S d\boldsymbol{\rho}' f(\boldsymbol{\rho}')f(\boldsymbol{\rho}+\boldsymbol{\rho}') = \frac{4\pi^2}{S}\int |F_f(\mathbf{q})|^2 e^{i\mathbf{q}\cdot\boldsymbol{\rho}}d\mathbf{q}, \tag{27}$$

а значит

$$|F_f(\mathbf{q})|^2 = S\int e^{-i\mathbf{q}\cdot\boldsymbol{\rho}}\langle f(\boldsymbol{\rho}')f(\boldsymbol{\rho}'+\boldsymbol{\rho})\rangle d\boldsymbol{\rho}. \tag{28}$$

Вычислим диагональные по ν матричные элементы оператора H

$$\langle \nu\mathbf{k}|H|\nu\mathbf{k}'\rangle = -\frac{\hbar^2}{mS}\int e^{i\boldsymbol{\rho}\cdot(\mathbf{k}'-\mathbf{k})}\Big(\frac{\pi^2\nu^2}{d^2}f + \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + 2i\big(k'_x\frac{\partial f}{\partial x'} + k'_y\frac{\partial f}{\partial y'}\big)\Big)d\boldsymbol{\rho} =$$
$$= \frac{4\pi^2\hbar^2}{mS}\Big[\frac{k^2-k'^2}{4} - \frac{\pi^2\nu^2}{d^2}\Big]F_f(\mathbf{k}-\mathbf{k}'). \tag{29}$$

Недиагональные элементы ($\nu \neq \nu'$):

$$\langle \nu\mathbf{k}|H|\nu'\mathbf{k}'\rangle = \frac{4\pi^2\hbar^2}{mS}\frac{(-1)^{\nu+\nu'}\nu'\nu}{(\nu^2-\nu'^2)}(k^2-k'^2)^2F_f(\mathbf{k}-\mathbf{k}') \tag{30}$$

Тогда для матрицы $[C(E)]_{\nu\nu}$ получим

$$[C(E)]_{\nu\nu} = \frac{2\pi}{\hbar}\sum_{\mathbf{k}}\sum_{\mathbf{k}'}\Big\{\frac{16\pi^4\hbar^4}{m^2S^2}\Big(\frac{(k^2-k'^2)^2}{4} - \frac{\pi^2\nu^2}{d^2}\Big)^2|F_f(\mathbf{k}-\mathbf{k}')|^2(k^2-\mathbf{k}\cdot\mathbf{k}')\times$$
$$\times\delta(E-E_{\nu\mathbf{k}})\delta(E-E_{\nu\mathbf{k}}) +$$
$$+\frac{16\pi^4\hbar^4}{m^2S^2}k^2(k^2-k'^2)^2|F_f(\mathbf{k}-\mathbf{k}')|^2\sum_{\mu\neq\nu}\frac{\mu^2\nu^2}{(\nu^2-\mu^2)^2}\delta(E-E_{\nu\mathbf{k}})\delta(E-E_{\mu\mathbf{k}'})\Big\} \tag{31}$$

$$[C(E)]_{\nu\nu'} = \frac{2\pi}{\hbar}\sum_{\mathbf{k}}\sum_{\mathbf{k}'}\Big\{-\frac{16\pi^4\hbar^4}{m^2S^2}\frac{\nu'^2\nu^2}{(\nu^2-\nu'^2)^2}\big(k^2-k'^2\big)^2\mathbf{k}\cdot\mathbf{k}'|F_f(\mathbf{k}-\mathbf{k}')|^2\times$$
$$\times\delta(E-E_{\nu\mathbf{k}})\delta(E-E_{\nu'\mathbf{k}'})\Big\}.(32)$$

Ввиду квазинепрерывности величины $\mathbf{k}$, мы можем заменить суммирование интегрированием и получить для этой матрицы следующие выражения:

$$[C(E)]_{\nu\nu} = \frac{4\pi^2}{\hbar}\frac{\Delta^2}{d^2}S\xi^2\int_0^{2\pi}\Big\{k_\nu^2(1-\cos\theta)\big(\frac{\pi^2\nu^2}{d^2}\big)^2F(\xi k_{\nu\nu}) + \qquad (33)$$
$$+k_\nu^2\sum_{\mu\neq\nu}\frac{\mu^2\nu^2}{(\nu^2-\mu^2)^2}(k_\mu^2-k_\nu^2)^2F(\xi k_{\mu\nu})\Big\}d\theta \qquad (34)$$

$$[C(E)]_{\nu\nu'} = -\frac{4\pi^2}{\hbar}\frac{\Delta^2}{d^2}S\xi^2\int_0^{2\pi}k_\nu k_{\nu'}\cos\theta\frac{\nu'^2\nu^2}{(\nu^2-\nu'^2)^2}(k_\nu^2-k_{\nu'}^2)^2F(\xi k_{\nu\nu'})d\theta \qquad (35)$$

в обозначениях первого параграфа. Заметим, что из определения k_ν следует

$$E_\nu + \frac{\hbar^2k_\nu^2}{2m} = E_{\nu'} + \frac{\hbar^2k_{\nu'}^2}{2m}, \qquad (36)$$

где E_ν определяются выражением (24). В результате мы приходим в точности к результату «первого» метода.
Можно сделать вывод, что нарушение условия (14) при использовании «первого» метода несущественно.

2 Вклады различных типов искажений поверхности в сопротивление тонких проводящих пленок

Рассмотрим проводящий слой, искажение поверхностей которого задается двумя функциями $f_A(\boldsymbol{\rho})$ и $f_B(\boldsymbol{\rho})$ для $z=\frac{1}{2}d$ и $z=-\frac{1}{2}d$, соответственно. Мы хотим выяснить, какое влияние на проводимость оказывают 2 формы искажения - "симметричная" ($f_A=-f_B$), когда пленка утолщается в обе стороны, оставляя центр на месте, и "антисимметричная"($f_A=f_B$), когда пленка изгибается как целое, не меняя толщины. Для простоты рассмотрим на примере системы с двумя заполнеными уровнями ($N=2$) и воспользуемся «первым» методом.
Возмущение имеет вид:

$$U = -V\big[f_A(\boldsymbol{\rho})\delta(z-\frac{1}{2}d) - f_B(\boldsymbol{\rho})\delta(z+\frac{1}{2}d)\big] \qquad (37)$$

Чтобы воспользоваться формулой (5), необходимо найти $\langle \nu\mathbf{k}|U|\nu'\mathbf{k}'\rangle$, которая распадается на два слагаемых:

$$\langle \nu\mathbf{k}|U|\nu'\mathbf{k}'\rangle = A + B,$$

$$A = \langle \nu\mathbf{k}| - Vf_A(\boldsymbol{\rho})\delta(z - \frac{1}{2}d)|\nu'\mathbf{k}'\rangle = -\frac{V}{S}\phi_\nu(\frac{1}{2}d)\phi_{\nu'}(\frac{1}{2}d)\int e^{i\boldsymbol{\rho}\cdot(\mathbf{k}'-\mathbf{k})}f_A(\boldsymbol{\rho})d\boldsymbol{\rho}, \quad (38)$$

$$B = \langle \nu\mathbf{k}|Vf_B(\boldsymbol{\rho})\delta(z + \frac{1}{2}d)|\nu'\mathbf{k}'\rangle = \frac{V}{S}\phi_\nu(-\frac{1}{2}d)\phi_{\nu'}(-\frac{1}{2}d)\int e^{i\boldsymbol{\rho}\cdot(\mathbf{k}'-\mathbf{k})}f_B(\boldsymbol{\rho})d\boldsymbol{\rho}, \quad (39)$$

$$|A|^2 = \frac{A_\nu A_{\nu'}}{S}\int e^{i\boldsymbol{\rho}\cdot(\mathbf{k}'-\mathbf{k})}\langle f_A(\boldsymbol{\rho}')f_A(\boldsymbol{\rho}'+\boldsymbol{\rho})\rangle d\boldsymbol{\rho}, \quad (40)$$

$$|B|^2 = \frac{A_\nu A_{\nu'}}{S}\int e^{i\boldsymbol{\rho}\cdot(\mathbf{k}'-\mathbf{k})}\langle f_B(\boldsymbol{\rho}')f_B(\boldsymbol{\rho}'+\boldsymbol{\rho})\rangle d\boldsymbol{\rho}, \quad (41)$$

где $A_\nu = V\phi_\nu^2(\frac{1}{2}d) = V\phi_\nu^2(-\frac{1}{2}d)$, а

$$A^*B = -\frac{1}{S^2}D_\nu D_{\nu'}I(\mathbf{k}'-\mathbf{k}), \quad (42)$$

где $D_\nu = V\phi_\nu(\frac{1}{2}d)\phi_\nu(-\frac{1}{2}d)$ (не забываем, что ϕ вещественно) и перекрестный интеграл

$$I(\mathbf{k}'-\mathbf{k}) = \int e^{i(\boldsymbol{\rho}_2-\boldsymbol{\rho}_1)\cdot(\mathbf{k}'-\mathbf{k})}f_A(\boldsymbol{\rho}_1)f_B(\boldsymbol{\rho}_2)d\boldsymbol{\rho}_1\boldsymbol{\rho}_2. \quad (43)$$

Тогда в зависимости от четности состояний ϕ_ν коэффициенты D_ν будут совпадать с точностью до знака с A_ν. В частности, известно, что состояние $\nu = 1$ четно, а $\nu = 2$ нечетно.
Разберем два случая: "симметричный" и "антисимметричный".
Пусть $f_A = -f_B$. Соберем величину

$$|\langle \nu\mathbf{k}|U|\nu'\mathbf{k}'\rangle|^2 = |A|^2 + |B|^2 + 2Re(A^*B) \quad (44)$$

и получим

$$|\langle 1\mathbf{k}|U|1\mathbf{k}'\rangle|^2 = \frac{A_1^2}{S}\cdot 4\Delta^2\xi^2F(\xi|\mathbf{k}-\mathbf{k}'|) \quad (45)$$

$$|\langle 1\mathbf{k}|U|2\mathbf{k}'\rangle|^2 = |\langle 2\mathbf{k}|U|1\mathbf{k}'\rangle|^2 = 0 \quad (46)$$

$$|\langle 2\mathbf{k}|U|2\mathbf{k}'\rangle|^2 = \frac{A_2^2}{S}\cdot 4\Delta^2\xi^2F(\xi|\mathbf{k}-\mathbf{k}'|). \quad (47)$$

Проводимость

$$\sigma = \frac{e^2\hbar^3}{8\pi m^2F(0)d\Delta^2\xi^2}\Big(\frac{k_1^2}{A_1^2} + \frac{k_2^2}{A_2^2}\Big), \quad (48)$$

обусловлена переходами носителей с 1-го на 1-й и со 2-го на 2-й уровни ν, переходы $1 \to 2$ и $2 \to 1$ запрещены. Для случая $f_A = f_B$ производя аналогичные вычисления, получим

$$\sigma = \frac{e^2\hbar^3}{8\pi m^2 F(0) d\Delta^2\xi^2}\Big(\frac{k_1^2}{A_1A_2} + \frac{k_2^2}{A_1A_2}\Big), \qquad (49)$$

обусловлена переходами $1 \to 2$ и $2 \to 1$.
Из вышеизложенного можно сделать следующий вывод: изгиб тонкой проводящей пленки как целого ("антисимметриный" случай) дает вклад в проводимость через переходы носителей между уровнями разной четности, тогда как "симметричная"деформация дает вклад за счет переходов между уровнями одинаковой четности.
В итоге приведу формулу, аналогичную (11) для общего случая различных искажений f_A и f_B:

$$[C(E)]_{\nu\nu'} = \delta_{\nu,\nu'}\frac{2m^2 S}{\pi\hbar^5}k_\nu^2 A_\nu\Big[\sum_{\mu\leftrightarrow\nu} A_\mu\Delta_s^2\xi_s^2 F_s(0) + \sum_{\mu\not\leftrightarrow\nu} A_\mu\Delta_a^2\xi_a^2 F_a(0)\Big], \quad (50)$$

где величины с индексами s и a соответствуют определенные выше величины, отвечающие другим f:

$$f_s = \frac{f_A - f_B}{2} \qquad (51)$$

$$f_a = \frac{f_A + f_B}{2}, \qquad (52)$$

а значками "$\leftrightarrow$"и "$\not\leftrightarrow$"обозначены соответственно уровни одной и разных четностей.

Список литературы

[1] Guy Fishman, Daniel Calecki. Surface-Induced Resistivity of Ultrathin Metallic Films: A Limit Law. Physical Review Letters, v. 62, N11, 1302-1305. (1989)

[2] Daniel Calecki. Electron distribution functions and inelastic scattering in one- and two-dimentional structures. J. Phys. C 19, p. 4315-4328 (1986)

[3] Дж. Займан. Принципы теории твердого тела. Москва. "Мир". 1974.

[4] Л. Д. Ландау. Е. М. Лившиц. Квантовая механика (нерелятивисткая теория). Москва. Физматлит. 2002.